**2.2 Α. ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΔΕΥΤΕΡΟΥ ΒΑΘΜΟΥ**

**ΕΠΙΛΥΣΗ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ ΜΕ ΑΝΑΛΥΣΗ**

**ΣΕ ΓΙΝΟΜΕΝΟ**

**Ασκήσεις σχ. βιβλίου σελίδων 92 – 93**

**Ερωτήσεις κατανόησης**

**1.**

Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ) αν είναι σωστές και με (Λ) αν είναι λανθασμένες

α) Ο αριθμός 0 είναι λύση της εξίσωσης x2 4x + 3 = 0 (Λ)

β) Ο αριθμός 3 είναι λύση της εξίσωσης x2 4x + 3 = 0 (Σ)

γ) Οι λύσεις της εξίσωσης (x2)( x + 1) = 0 είναι x = 2 και x = 1 (Σ)

δ) Η εξίσωση x2 = 16 έχει μοναδική λύση τον αριθμό x = 4 (Λ)

ε) Η εξίσωση x2 =  9 δεν έχει λύση (Σ)

στ) Η εξίσωση (x2)2 = 0 έχει διπλή λύση τον αριθμό x = 2 (Σ)

**Προτεινόμενη λύση**

α) Για x = 0 η εξίσωση γίνεται 3 = 0 που είναι ψευδές άρα η πρόταση είναι (Λ)

β) Για x = 3 η εξίσωση γίνεται 912 + 3 = 0, δηλαδή 0 = 0 που είναι αληθές

Άρα η πρόταση είναι (Σ)

γ) Για x = 2 η εξίσωση γίνεται 0 = 0 αλλά και για x = 1 η εξίσωση γίνεται

0 = 0, άρα η πρόταση είναι (Σ)

δ) Η εξίσωση x2 = 16 έχει λύσεις τους αριθμούς 4 και 4, άρα η πρόταση

είναι (Λ)

ε) Προφανώς η πρόταση είναι (Σ)

στ) Η εξίσωση γράφεται (x2)(x2) = 0 απ’ όπου προκύπτει ότι

x2 = 0 ή x2 = 0, άρα x = 2 ή x = 2 , άρα το 2 είναι διπλή λύση,

οπότε η πρόταση είναι (Σ)

**2.**

Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ) αν είναι σωστές και με (Λ) αν είναι λανθασμένες

α) Η εξίσωση 5x6 = x2 είναι 2ου βαθμού (Σ)

β) Η εξίσωση x2 + 3x + 8 = x( x + 2) είναι 2ου βαθμού (Λ)

γ) Η εξίσωση (λ2) x2 + 5x + 3 = 0 είναι

i) 1ου βαθμού όταν λ = 2 (Σ)

ii) 2ου βαθμού όταν λ ≠ 2 (Σ)

**Προτεινόμενη λύση**

α) Η εξίσωση γράφεται x25x + 6 = 0 και το πολυώνυμο x25x + 6 είναι 2ου

βαθμού

β) H εξίσωση γράφεται x2 + 3x + 8 = x2 + 2x δηλαδή x + 8 = 0, η οποία είναι 1ου

βαθμού .

γ) (i) Όταν λ = 2, η εξίσωση γίνεται 5x + 3 = 0 η οποία είναι 1ου βαθμού

(ii) Όταν λ ≠ 2 είναι 2ου βαθμού .

**3.**

Ένας μαθητής λύνοντας την εξίσωση x2 = 6x απλοποίησε με το x και βρήκε ότι έχει μοναδική λύση την x = 6 . Παρατηρώντας όμως την εξίσωση διαπίστωσε ότι επαληθεύεται και για x = 0 . Που έγινε το λάθος και χάθηκε η λύση x = 0 ;

**Προτεινόμενη λύση**

Το λάθος οφείλεται στο γεγονός ότι για να γίνει απλοποίηση με το x θα πρέπει το x να είναι ≠ 0

**Ασκήσεις**

**1.**

Να λύσετε τις εξισώσεις

**α)** (x4)(x + 1) = 0 **β)** y(y + 5) = 0 **γ)** (3ω)(2ω + 1) = 0

**δ)**7x( x7) = 0 **ε)** 3y = 0 **στ)**  (2ω1) = 0

**Προτεινόμενη λύση**

**α)** (x4)(x + 1) = 0 άρα x4 = 0 ή x + 1 = 0

x = 4 ή x =  1

**β)** y(y + 5) = 0 άρα y = 0 ή y + 5 = 0

y = 0 ή y =  5

**γ)** (3ω)(2ω + 1) = 0 άρα 3ω = 0 ή 2ω + 1 = 0

ω = 3 ή ω = 

**δ)** 7x( x7) = 0 άρα x = 0 ή x  7 = 0

x = 0 ή x = 7

**ε)** 3y = 0 άρα y = 0 ή   2 = 0

y = 0 ή y = 6

**στ)**  (2ω1) = 0 άρα ω = 0 ή 2ω1 = 0

ω = ή ω = διπλή ρίζα το 

**2.**

Να λύσετε τις εξισώσεις

**α)** x2 = 7x **β)** y2 = 9y **γ)** 2ω2 72 = 0

**δ)** 2t2 18 = 0 **ε)** 0,2 φ2 + 3,2 = 0 **στ)** 0,5z = 0

**Προτεινόμενη λύση**

**α)** x2 = 7x άρα x2  7x = 0

x(x  7) = 0

x = 0 ή x  7 = 0

x = 0 ή x = 7

**β)** y2 = 9y άρα y2 + 9y = 0

y( y + 9) = 0

y = 0 ή y + 9 = 0

y = 0 ή y =9

**γ)** 2ω2 72 = 0 άρα 2 ( ω236) = 0

2(ω6)( ω + 6) = 0

ω6 = 0 ή ω + 6 = 0

ω = 6 ή ω = 6

**δ)** 2t2 18 = 0 άρα 2 ( t2 + 9) = 0

t2 + 9 = 0 πράγμα αδύνατον

**ε)** 0,2 φ2 + 3,2 = 0 άρα 2φ232 = 0

2 ( φ216) = 0

2(φ4)( φ + 4) = 0

φ4 = 0 ή φ + 6 = 0

φ = 4 ή φ = 4

**στ)** 0,5z = 0 άρα 6⋅6⋅0,5z = 0

z2 3z = 0

z(z3) = 0

z = 0 ή z  3 = 0

z = 0 ή z = 3

**3.**

Να λύσετε τις εξισώσεις

**α)** (2x1)2 1 = 0 **β)** 3(x + 2)2 = 12 **γ)** ( x + 1)2 = 2x

**δ)**  = 27 **ε)** (3x1)2  4x2 = 0 **στ)** (x + )2 3 = 0

**Προτεινόμενη λύση**

**α)** (2x1)2 1 = 0 άρα [(2x1) + 1][(2x1) 1] = 0

2x( 2x2) = 0

x = 0 ή 2x 2 = 0

x = 0 ή x = 1

**β)** 3( x + 2)2 = 12 άρα (x + 2)2 = 4

(x + 2)2  4 = 0

[(x + 2) + 2][(x + 2) 2] = 0

(x + 4)x = 0

x = 0 ή x + 4 = 0

x = 0 ή x = 4

**γ)** (x + 1)2 = 2x άρα (x + 1)2  2x = 0

x2 + 2x + 1  2x = 0

x2 + 1 = 0 η οποία είναι αδύνατη

**δ)**  = 27 άρα 3⋅ = 3⋅27

(x9)2 81 = 0

[(x9) + 9][(x9) 9] = 0

x( x18) = 0

x = 0 ή x 18 = 0

x = 0 ή x = 18

**ε)** ( 3x1)2  4x2 = 0 άρα [(3x1) + 2x][(3x1) 2x] = 0

(5x 1)( x1) = 0

5x1 = 0 ή x 1 = 0

x =  ή x = 1

**στ)** (x + )2 3 = 0 άρα (x + )2  ()2 = 0

[(x + ) + ][(x + ) ] = 0

(x + 2)x = 0

x = 0 ή x + 2 = 0

x = 0 ή x = 2

**4.**

Να λύσετε τις εξισώσεις

**α)** (3x + 1) 2 = 5( 3x + 1) **β)** 0,5 (1y)2 = 18 **γ)** (2ω2 + 1)(ω216) = 0

**Προτεινόμενη λύση**

**α)** (3x + 1) 2 = 5(3x + 1) άρα (3x + 1) 2  5(3x + 1) = 0

(3x + 1) [(3x + 1) 5] = 0

(3x + 1) (3x 4) = 0

3x + 1 = 0 ή 3x 4 = 0

x =  ή x = 

**β)** 0,5 (1y)2 = 18 άρα (1y)2  = 36

(1y)2 36 = 0

[(1y) + 6][(1y) 6] = 0

(7y)(y 5) = 0

7y = 0 ή y 5 = 0

y = 7 ή y = 5

**γ)** (2ω2 + 1)(ω216) = 0 άρα (2ω2 + 1)(ω4) ( ω + 4 ) = 0

2ω2 + 1= 0 ή ω4 = 0 ή ω + 4 = 0

2ω2 + 1= 0 αδύνατο ή ω = 4 ή ω =4

ω = 4 ή ω =4

**5.**

Να λύσετε τις εξισώσεις

**α)** x(x4) =4 **β)** y2 + y 12 = 0 **γ)** ω2 2ω – 15 = 0

**δ)** 2t2 7t + 6 = 0 **ε)** 3φ2 + 1 = 4φ **στ)** 5z2 3z 8 = 0

**Προτεινόμενη λύση**

**α)** x(x4) =4 άρα x24x + 4 = 0

(x2)2 = 0

x = 2 διπλή ρίζα

**β)** y2 + y 12 = 0 άρα (y + 4)(y3) = 0

y + 4 = 0 ή y3 = 0

y =4 ή y = 3

**γ)** ω2 2ω – 15 = 0 άρα (ω + 3)(ω5) = 0

ω + 3 = 0 ή ω5 = 0

ω =3 ή ω = 5

**δ)** 2t2 7t + 6 = 0 άρα 2t2 4t 3t + 6 = 0

2t( t2) 3( t2) = 0

(t2)(2t3) = 0

t2 = 0 ή 2t3 = 0

t = 2 ή t =

**ε)** 3φ2 + 1 = 4φ άρα 3φ2 4φ + 1 = 0

3φ2 3φ φ + 1 = 0

3φ(φ1)  (φ1) = 0

(φ1)(3φ1) = 0

φ1 = 0 ή 3φ1 = 0

φ = 1 ή φ =

**στ)** 5z2 3z 8 = 0 άρα 5z2 + 5 z8z 8 = 0

5z(z + 1) – 8(z +1) = 0

(z + 1) (5z –8 ) = 0

z + 1= 0 ή 5z –8 = 0

z = – 1 ή z =

**6.**

Να λύσετε τις εξισώσεις

**α)** 25x2 + 10x + 1 = 0 **β)** y2(y2) + 4y( y2) + 4y – 8 = 0

**γ)** ω2 + 2006ω 2007 = 0

**Προτεινόμενη λύση**

**α)** 25x2 + 10x + 1 = 0 άρα (5x + 1)2 = 0

5x + 1= 0

x = διπλή ρίζα

**β)** y2(y2) + 4y(y2) + 4y – 8 = 0 άρα y2(y2) + 4y(y2) + 4(y – 2) = 0

(y2) (y2 + 4y + 4) = 0

(y2) (y+ 2) 2 = 0

y = 2 ή y = –2 διπλή ρίζα το –2

**γ)** ω2 + 2006ω 2007 = 0 άρα ω2 + 2007ω ω 2007 = 0

ω(ω1) + 2007(ω1) = 0

(ω1) (ω + 2007) = 0

ω1 = 0 ή ω + 2007 = 0

ω = 1 ή ω =2007

**7.**

Να λύσετε τις εξισώσεις

**α)** x2 – ( α + β) x + αβ = 0 **β)** x2 – (1) x = 0

**Προτεινόμενη λύση**

**α)** x2 – ( α + β) x + αβ = 0 άρα (x – α)(x – β) = 0

x – α = 0 ή x – β = 0

x = α ή x = β

**β)** x2 – (1) x = 0 άρα (x – )(x + 1) = 0

x – = 0 ή x + 1 = 0

x =  ή x = – 1

**8.**

 Οριζόντια :

1.Μη μηδενική ρίζα της εξίσωσης x2 = 12 x

– ρίζα της εξίσωσης x2 + 225 = 30x

2.Γινόμενο ριζών της εξίσωσης x( x + 4) + 8( x + 4) = 0

3. Άθροισμα ριζών της εξίσωσης x210x + 9 = 0

4.Η απόλυτη τιμή του γινομένου των ριζών της

εξίσωσης x2 = 25 – Η μεγαλύτερη ρίζα της εξίσωσης

x2 = 32 x

Κάθετα :

1. ρίζα της εξίσωσης x2 20x + 100 = 0

2. To ακέραιο πηλίκο των ριζών της εξίσωσης x(x15) = x15

3. Το γινόμενο των ριζών της εξίσωσης (x5)2 – ( x5) = 0

4. Μη αρνητική ρίζα της εξίσωσης x2144 =0

5. Ρίζα της εξίσωσης x2( x12) + 2007(x12) = 0

 Οριζόντια :

1. α) x2 = 12 x ή x2 12 x = 0

x( x12 ) = 0

x = 0 ή x = 12 δεκτό το 12

β) x2 + 225 = 30x

x2 30x + 225 = 0

(x15) 2 = 0 άρα x = 15

2 . x( x + 4) + 8( x + 4) = 0

(x + 4)( x + 8)= 0

x + 4 = 0 ή x + 8 = 0 άρα

x = 4 ή x = 8 με γινόμενο 32

3 . x210x + 9 = 0

(x1)(x9) = 0

x1 = 0 ή x9 = 0 άρα

x = 1 ή x = 9 με άθροισμα 10

4 . α) x2 = 25

x2 25 = 0

(x5)(x + 5) = 0

x5 = 0 ή x + 5 = 0 άρα

x = 5 ή x = 5 με | 5⋅5| = 25

β) x2 = 32x ή x2 32 x = 0

x( x32 ) = 0

x = 0 ή x = 32 δεκτό το 32

**Κάθετα :**

1 . x2 20x + 100 = 0

( x10) 2 = 0 άρα x = 10

2 . x(x15) = x15

x(x15) – ( x15) = 0

(x15)( x – 1) = 0

x15 = 0 ή x – 1 = 0 άρα x = 15 ή x = 1 με ακέραιο πηλίκο 15

3. (x5)2 – ( x5) = 0

(x5)[(x– 5)1] = 0

(x5)(x– 6) = 0

x5 = 0 ή x– 6 = 0 άρα x =5 ή x = 6 με γινόμενο 30

4. x2144 = 0

( x12)( x + 12 ) = 0

x12 = 0 ή x + 12 = 0 άρα x =12 ή x =12 δεκτό το 12

5. x2( x12) + 2007(x12) = 0

(x12 )( x2 + 2007) = 0

x12 = 0 ή x2 + 2007 = 0 που είναι αδύνατο

άρα x = 12

το λυμένο σταυρόλεξο φαίνεται παραπάνω